Задание:

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $F(x)=3x^4-4x^3-36x^2+18$ на промежутке [-1;5].

Решение:

Найдём производную

$F'(x)=(3x^4-4x^3-36x^2+18)'=12x^3-12x^2-72x$

Найдём точки, подозрительные на экстремум (это такие точки, в которых производная либо равна нулю, либо равна бесконечности, либо не существует). Для этого приравняем производную нулю (остальные два варианта невозможны, поскольку многочлен не может в конечной точке иметь бесконечный предел или не существовать).

$12x^3-12x^2-72x=0$

Решим это уравнение

$12x(x^2-x-6)=0$

Корни квадратного трёхчлена в скобках $x_1=-2$ и $x_2=3$

Поэтому точек, подозрительных на экстремум три:

$x_1=-2$, $x_2=3$ и $x_3=0$.

Из этих трёх точек в промежутке [-1;5] , в котором нужно найти наибольшее и наименьшее значения находятся только две

$x_2=3$ и $x_3=0$.

Отметим, что функция может достигать наибольшего или наименьшего значения не только в точках, подозрительных на экстремум, но и на концах промежутка.

Окончательно имеем четыре точки

$x_2=3$, $x_3=0$, $x_4=-1$, $x_5=5$,

в которых эта функция может достичь наибольшего или наименьшего значения на промежутке [-1;5].

Теперь нужно вычислить значения функции в найденных четырёх точках и сравнить результаты. Где будет самое большое число, там наибольшее значение, а где самое маленькое, там наименьшее.

$F(-1)= 3(-1)^4-4(-1)^3-36(-1)^2+18=3+4-36+18=-11$

$F(0)= 18$

$F(3)= 3\cdot3^4-4\cdot3^3-36\cdot3^2+18=3\cdot81-4\cdot27-36\cdot9+18=243-108-324+18=$
$=-171$

$F(5)= 3x^4-4x^3-36x^2+18=3\cdot625-4\cdot125-36\cdot25+18=$
$=1875-500-900+18=493$

<u>Ответ:</u> наибольшее значение функции равно 493, достигается на правом крае промежутка в точке x=5; наименьшее значение функции равно -171, достигается во внутренней точке промежутка в минимуме точке x=3.